Semaine 1

Partie n°1: Ordres de grandeur

Pour pouvoir faires des applications numériques sans calculatrice, il est important d'avoir quelques repères et de connaître certains ordres de grandeur. Remplir le tableau suivant. Vous pouvez vérifier vos résultats à l'aide d'une calculatrice ou de Python.

Suivant les cas, 1,2 ou 3 chiffres significatifs sont nécessaires ou suffisants.

$\sqrt{2}$ = 1,4	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ = 0,7	$\ln(2)$ = 0,7
$\sqrt{3}$ = 1,7	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ = 0,6	$\ln(10)$ = 2,3
2^3 = 8	2^{10} = 1024	$\log(10)$ = 1

Rq ln représente le logarithme népérien fonction réciproque de l'exponentielle : $\ln(\exp x) = x$.
log représente le logarithme en base 10 : $\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$.

Partie n°2: Faire les applications numériques suivantes sans calculatrice

$A = 230 \times \sqrt{2}$, $B = 2\pi \times 440$, $C = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{200}{72}}$, $D = \frac{1}{40}$, $E = 12 \times 60/40$.

$A = 230 \times 1,4 = 230 + 0,4 \times 230 = 230 + \overset{92}{4 \times 23}$ $\quad \underline{A \simeq 322} \quad \underline{A = 32 \times 10}$

$B = 2 \times 3,14 \times 440 = 2 \times 3,14 \times 11 \times 4 \times 10 = 8 \times 10 \times 34,5$ $\quad \underline{B \simeq 2760}$

$C = \frac{1}{2 \times 3,14}\sqrt{\frac{2 \times 100}{8 \times 9}} = \frac{1}{2 \times 3,14} \times \frac{10}{2 \times 3} = \frac{10}{4 \times 9,4} \simeq 1$ $\quad \underline{C \simeq 0,25}$

$D = \frac{1}{40}$ $\quad \underline{D = 2,5 \cdot 10^{-2}}$

$E = \frac{12 \times 60}{40} = \frac{\cancel{4} \times 3 \times 6}{\cancel{4}}$ $\quad \underline{E = 18}$

Vous pourrez vérifier vos résultats avec une calculatrice ou avec Python.

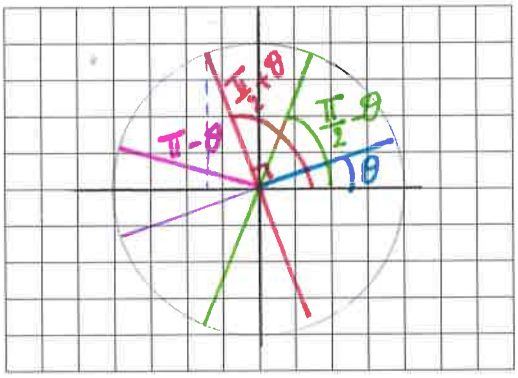
Rq Attention à être cohérent avec les chiffres significatifs : inutile de donner un résultat avec 4 chiffres significatifs si vous avez approximé une grandeur avec un chiffre significatif.

Partie n°3: Fonctions trigonométriques

Méthode

- **Méthode 1 : méthode graphique** (à privilégier car elle évite tout calcul). Tracer un cercle trigo. Repérer un angle quelconque θ, compris entre 0 et $\pi/4$ et "loin" de $\pi/4$ pour éviter toute ambiguïté. Ensuite tracer les angles demandés : $\frac{\pi}{2} \pm \theta$, $\pi \pm \theta$ puis repérer les grandeurs demandées.
- **Méthode 2 :** Appliquer les formules d'addition puis les simplifier grâce aux valeurs particulières des fonction trigo en π et $\pi/2$.
- **Vérification du résultat** pour des valeurs particulières de θ, par exemple $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$...

Exprimer les expressions suivantes en fonction de $\cos(\theta)$ et/ou $\sin(\theta)$.



◇ $\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) =$ $-\sin(\theta)$

◇ $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) =$ $\cos(\theta)$

◇ $\cos(\pi + \theta) =$ $-\cos(\theta)$

◇ $\sin(\pi - \theta) =$ $\sin(\theta)$

Partie n°4: Expression trigonométrique

Exprimer $\cos(3\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$.

$\cos 3\theta = \cos(2\theta + \theta) = \cos 2\theta \cos\theta - \sin 2\theta \sin\theta$

$\cos 3\theta = (2\cos^2\theta - 1)\cos\theta - 2\sin^2\theta \cos\theta$

$\cos 3\theta = 2\cos^3\theta - \cos\theta - 2(1-\cos^2\theta)\cos\theta$

$\cos 3\theta = 2\cos^3\theta - \cos\theta - 2\cos\theta + 2\cos^3\theta$

$\boxed{\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta}$

Rq On peut vérifier la cohérence du résultat avec des valeurs particulières de θ. Par exemple, $\theta = 0$, $\theta = \pi$, $\theta = \pi/3$...

Partie n°5: Intégration de fonctions trigo

◇ $I_1 = \int_0^{2\pi} \cos(\theta)\,\mathrm{d}\theta$

◇ $I_3 = \int_0^{\pi/4} \cos(2\theta)\,\mathrm{d}\theta$

◇ $I_2 = \int_0^{\pi} \sin(2\theta)\,\mathrm{d}\theta$

◇ $I_4 = \int_0^{\pi/4} \sin(2\theta)\,\mathrm{d}\theta$

$I_1 = 0$ cos = fonction 2π-périodique de valeur moy. nulle.

$\boxed{I_2 = 0}$ car $\sin(2\theta)$ fonction π-périodique qu'on intègre sur une période. (ou calcul)

$I_3 = \int_0^{\pi/4} \cos(2\theta)\, d\theta = \left[\frac{1}{2}\sin(2\theta)\right]_0^{\pi/4} = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\boxed{I_3 = \frac{1}{2}}$

$I_4 = \int_0^{\pi/4} \sin(2\theta)\, d\theta = \left[-\frac{1}{2}\cos 2\theta\right]_0^{\pi/4} = -\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2}$

$\boxed{I_4 = \frac{1}{2}}$

Rq

- Les fonction sin et cos sont 2π-périodiques. Leur intégrale sur une période est toujours nulle.
- En physique, inutile de faire tous les calculs si les résultats son évidents.
- Il est souvent utile de faire une représentation graphique rapide de la fonction pour avoir une idée du résultat ou savoir comment mener le calcul.
- En physique, il est indispensable de linéariser les fonctions trigo avant de les intégrer.

Partie n°6: Formules de trigo

Linéariser les expressions suivantes :

◇ $A = \cos(\alpha)\cos(\beta)$

◇ $B = S_0 \sin(\omega t)\sin(kx)$

$A = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right]$

$B = \frac{S_0}{2}\left[(\omega t - kx) - (\omega t + kx)\right]$