Semaine 10

Partie n°1: Applications numériques

Faire les applications numériques suivantes (sans oublier l'unité).

- $R = \frac{1}{\gamma}\frac{\ell}{S}$ où $\gamma = 5,9.10^7$ S/m est la conductivité électrique du cuivre, $\ell = 10$ m et $S = 3,1$ mm^2.
- $C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\ell}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$ où ε_0 est la permittivité électrique du vide, $\varepsilon_r = 2,5$ est la permittivité électrique relative, $\ell = 1$ cm, $R_1 = 0,5$ mm et $R_2 = 2$ mm.
- $L = \frac{1}{C\omega_0^2}$ où $C = 400$ pF et $\omega_0 = 1,0.10^6$ rad/s.

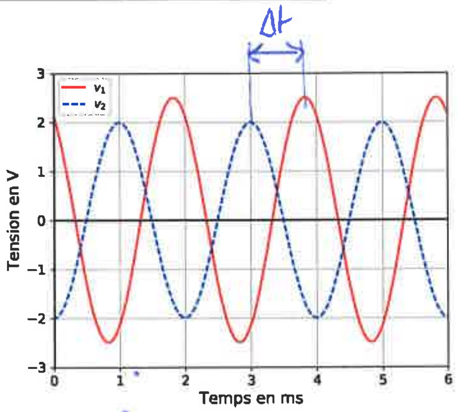
$R = \frac{\cancel{10}}{5,9.10^{\cancel{7}} \times 3,1.10^{\cancel{-6}}} = \frac{1}{18} \simeq 0,055\ \Omega$ $\quad \underline{R = 5,5.10^{-2}\ \Omega}$

$C = 2\pi\ 9.10^{-12} \times 2,5 \times \frac{10^{-2}}{\ln 4} = \cancel{2} \times 3,1 \times 9 \times 2,5\ \frac{10^{-14}}{\cancel{2}\ln 2} = \frac{3,1 \times 9 \times 2,5 \times 10^{-14}}{0,7}$

$C \simeq \frac{7,7 \times 9}{7} . 10^{-13} \simeq 10.10^{-13}$ F $\quad \underline{C \simeq 1\ pF}$

$L = \frac{1}{400.10^{-12} \times 10^{12}} = \frac{1}{4} . 10^{-2} = 0,25\ 10^{-2}$ H $\quad \underline{L = 2,5\ mH}$

Partie n°2: Signaux sinusoïdaux



On considère les 2 tensions sinusoïdales représentées ci-contre.

1. Pour chaque signal relever l'amplitude, la période, la fréquence.

2. La tension v_2 est-elle en avance ou en retard par rapport à la tension v_1 ? Calculer le déphasage $\varphi_{2/1}$.

3. Pour chaque signal calculer la phase à l'origine. Vérifier la cohérence des résultats avec la question précédente.

4. Indiquer la forme analytique de chaque signal.

① Signal v_1 : $V_1 = 2,5$ V $\quad T = 2$ ms
Signal v_2 : $V_2 = 2$ V $\quad f = 500$ Hz

② La tension v_2 est en avance sur v_1

$\Delta t = 0{,}75\ ms$ $\quad |\varphi_{2/1}| = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$ $\quad |\varphi_{2/1}| = 2\pi \times \frac{3}{4\times 2} = \frac{3\pi}{4}$

$\varphi_{2/1} = \frac{3\pi}{4}$ $\quad \varphi_{2/1} = 2{,}3\ rad$ $\quad$ et $\varphi_{2/1} = \varphi_2 - \varphi_1$

③ $\varphi_2 = \pi$ $\quad \varphi = 2\pi \frac{0{,}25}{2} = \frac{\pi}{4}$ $\quad \varphi = 0{,}8\ rad$

④ $v_1 = V_1 \cos(2\pi f t + \varphi_1)$ $\quad v_2 = V_2 \cos(2\pi f t + \varphi_2) = -V_2 \cos(2\pi f t$

Partie n°3: Résolution d'équation différentielle

Résoudre l'équation différentielle suivante, et tracer l'évolution temporelle de la solution.

$\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t} - k\,c = 0$ où $k > 0$. CI : $c(0) = C_0$.

↳ c va diverger car $k>0$

$c = A e^{+kt}$ et $c(0) = C_0 = A$

d'où $\boxed{c(t) = C_0 e^{+kt}}$