Semaine 12

Partie n°1: Applications numériques

Faire les applications numériques suivantes (sans oublier l'unité).

- $Q_1 = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ où $R = 100\ \Omega$, $C = 22$ nF et $L = 50$ mH.
- $Q_2 = R\sqrt{\dfrac{C}{L}}$ où $R = 10\ \mathrm{k}\Omega$, $C = 47.10$ pF et $L = 50$ mH.

$Q_1 = \dfrac{1}{100}\sqrt{\dfrac{50.10^{-3}}{22.10^{-9}}} = \dfrac{1}{100}\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{22}} \times 10^3 \simeq \dfrac{7}{4,5} . 10 \simeq 15 \qquad \underline{Q_1 \simeq 15}$

$Q_2 = 10 \times 10^3 \sqrt{\dfrac{47.10^{-12}}{50.10^{-3}}} \simeq \cancel{10^4}\sqrt{\dfrac{470}{50} \times \cancel{10^{-8}}} \simeq \sqrt{9} \simeq 3 \qquad \underline{Q_2 \simeq 3}$

Partie n°2: Intégration de fonctions trigo

- $I_1 = \displaystyle\int_0^{\pi} \sin^2(\theta)\,\mathrm{d}\theta$
- $I_2 = \displaystyle\int_0^{\pi} (\sin(2\theta) + \theta)\,\mathrm{d}\theta$

$I_1 = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{1}{2}\left(1 - \cos 2\theta\right) d\theta = \left[\frac{1}{2}\left(\theta - \frac{1}{2}\sin(2\theta)\right)\right]_0^{\pi}$

$I_1 = \dfrac{1}{2}\left(\pi - 0\right) \qquad \boxed{I_1 = \dfrac{\pi}{2}}$

$I_2 = \displaystyle\int_0^{\pi} \left(\sin(2\theta) + \theta\right) d\theta = \left[-\frac{1}{2}\cos(2\theta) + \frac{\theta^2}{2}\right]_0^{\pi}$

$I_2 = \cancel{-\dfrac{1}{2}\cos(2\pi)} + \dfrac{\pi^2}{2} + \cancel{\dfrac{1}{2}\cos(0)}$

$\boxed{I_2 = \dfrac{\pi^2}{2}}$

Partie n°3: Résolution d'équation différentielle

Résoudre l'équation différentielle suivante, et tracer l'évolution temporelle de la solution.

$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau} u = \frac{E}{\tau}$ où $\tau > 0$. CI : $u(0) = \frac{E}{2}$.

$u_H = A e^{-t/\tau}$ et $u_p = E$

$u(t) = E + A e^{-t/\tau}$

$u(0) = E + A = \frac{E}{2}$ d'où $A = \frac{-E}{2}$

$\boxed{u(t) = E\left(1 - \frac{1}{2} e^{-t/\tau}\right)}$ + Vérif d'homogénéité.