Semaine 16

Partie n°1: Applications numériques

Faire les applications numériques suivantes (sans oublier l'unité).

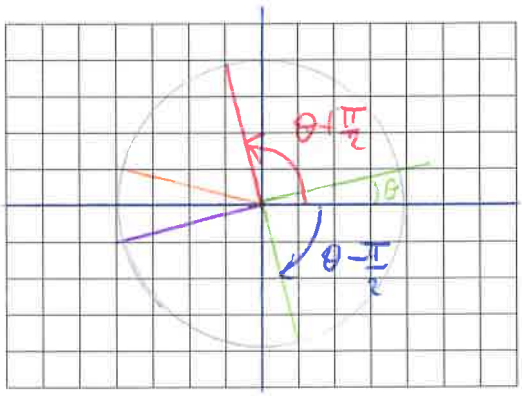
- $J = \frac{1}{2}MR^2$ où $M = 100$ kg et $R = 10$ cm.
- $v = R\omega$ où $R = 10$ cm et ω la pulsation. On donne la vitesse angulaire $N = 3000$ tr/min.

$J = 100 \times (10 \times 10^{-2})^2$ $\quad J = 1 \text{ kg.m}^2$

$v = 10 \times 10^{-2} \times \frac{3000}{60} \times 2\pi$ $\quad v \simeq 3,1.10^{2} \text{ m/s}$

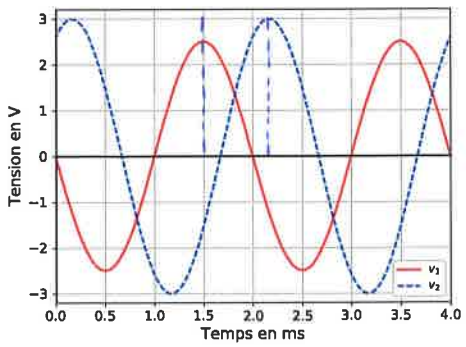
Partie n°2: Fonctions trigonométriques

Exprimer les expressions suivantes en fonction de $\cos(\theta)$ et/ou $\sin(\theta)$.



- $\cos(\theta - \frac{\pi}{2}) =$ $\sin(\theta)$
- $\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) =$ $\cos(\theta)$
- $\cos(\pi - \theta) =$ $-\cos\theta$
- $\sin(\pi + \theta) =$ $-\sin\theta$

Partie n°3: Signaux sinusoïdaux



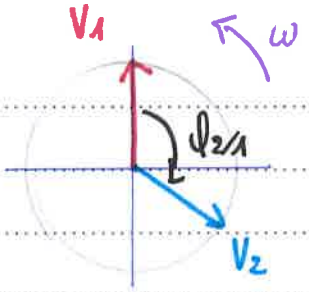
On considère les 2 tensions sinusoïdales représentées ci-contre.

1. Pour chaque signal relever l'amplitude, la période, la fréquence.

2. La tension v_2 est-elle en avance ou en retard par rapport à la tension v_1 ? Calculer le déphasage $\varphi_{2/1}$.

3. Pour chaque signal calculer la phase à l'origine. Vérifier la cohérence des résultats avec la question précédente.

4. Indiquer la forme analytique de chaque signal.



Les signaux sont de même fréquence.

$T = 2\ ms$ $f = 500\ Hz$

$V_1 = 2,5\ V$ $V_2 = 3\ V$

v_2 est en retard sur v_1 $\Delta t = 0,7\ ms$

$|\varphi_{2/1}| = \frac{\Delta t}{T} \times 2\pi = 2,2\ rad$ $\varphi_{2/1} = -2,2\ rad$

$\varphi_1 = \pi/2$ $\varphi_2 = -0,6\ rad$

$v_1 = -V_1 \sin(\omega t)$ $v_2 = V_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Partie n°4: Résolution d'équation différentielle

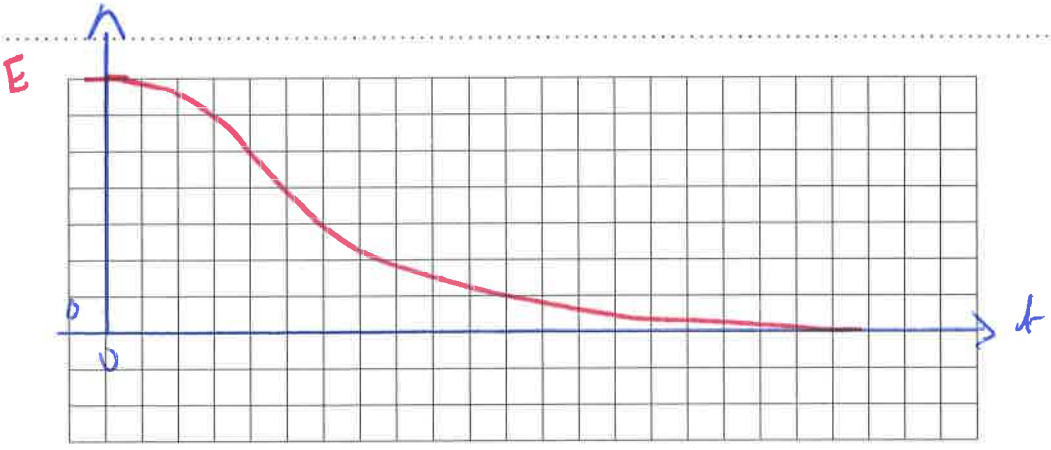
Résoudre l'équation différentielle suivante, et tracer l'évolution temporelle de la solution.

$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$ où $Q < \frac{1}{2}$ et $\omega_0 > 0$. CI : $u(0) = E$ et $\frac{du}{dt}(0) = 0$.

$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 > 0$ $r_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2}$

$u(t) = A e^{-t/\tau_1} + B e^{-t/\tau_2}$ avec $\tau_1 = -\frac{1}{r_1}$ $\tau_2 = -\frac{1}{r_2}$

$u(0) = E = A + B$

$\dot{u}(0) = 0 = -\frac{A}{\tau_1} - \frac{B}{\tau_2}$ $B = -\frac{\tau_2}{\tau_1} A$

$E = A\left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}\right)$ $A = \frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1} E$ $B = \frac{-\tau_2}{\tau_2 - \tau_1} E$