Semaine 20

Partie n°1: Applications numériques

Faire les applications numériques suivantes (sans oublier l'unité).

en Pa   en m^3 en K   en kg/mol

- $m = \dfrac{PV}{RT}M$ où $P = 0,312$ bar, $V = 10$ L, R la constante des gaz parfaits, $T = 70$ °C et $M = 18$ g/mol.
- $a = \left(\dfrac{k_B T}{P}\right)^{1/3}$ où k_B est la constante de Boltzman, $T = 273$ K, $P = 1$ atm.

$* \; m = \dfrac{0,312.10^5 \times 10\times10^{-3}}{8,3\times343} \; 18.10^{-3}$ $\dfrac{0,312}{343} \simeq \dfrac{31}{34}.10^{-3} \simeq \dfrac{10}{11}.10^{-3}$

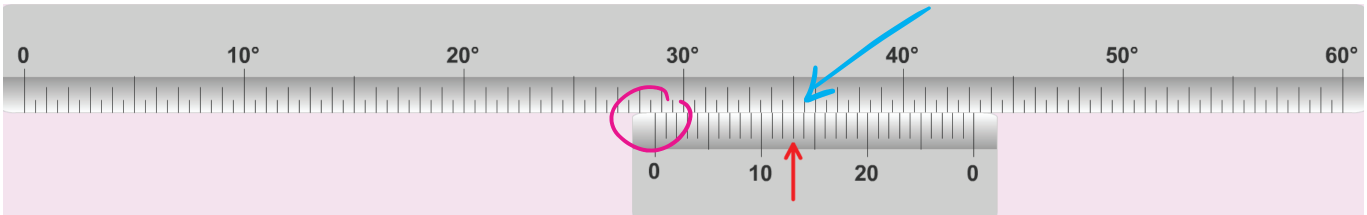
$1,1.10^{-1}$

$m = \dfrac{0,9\times10^{-3}}{8,3}\times18 \simeq 2.10^{-3}\ \text{kg}$

$* \; a = \left(\dfrac{1,38.10^{-23}\times273}{10^5}\right)^{1/3} = \left(380\times10^{-28}\right)^{1/3} = \left(38.10^{-27}\right)^{1/3} = 3.10^{-9}\ \text{m}$

Partie n°2: Lecture au vernier

Indiquer l'angle α mesuré en °. Puis convertir cet angle en radian (avec une calculatrice). On sera particulièrement vigilant aux chiffres significatifs.



$\alpha = 28,5° + 13'$ $\alpha = 28°43'$

Partie n°3: Produit vectoriel

On considère une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Calculer dans chaque cas le produit vectoriel $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

1. $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j}$.

2. $\vec{u} = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$.

3. $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ et $\vec{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.

4. $\vec{u} = \begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$.

5. $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$.

6. $\vec{u} = \begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix}4\\-3\\0\end{pmatrix}$.

① $\vec{u} \wedge \vec{v} = 2\vec{k}$ ③ $\vec{u} \wedge \vec{v} = 9\vec{k} - 16\vec{k} = -7\vec{k}$

⑤ $\vec{u} \wedge \vec{v} = 3\vec{k}$ ② $\vec{u} \wedge \vec{v} = 2\vec{k}$

④ $\vec{u} \wedge \vec{v} = 2\vec{k}$ ⑥ $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{k}$

Partie n°4: Résolution d'équation différentielle

Résoudre l'équation différentielle suivante, et tracer l'évolution temporelle de la solution.

$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2\, u = \omega_0^2\, E$ où $Q = \frac{1}{2}$ et $\omega_0 > 0$. CI : $u(0) = 0$ et $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(0) = 0$.

$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 = 0$ $r = -\frac{\omega_0}{2Q} = -\omega_0$

$u(t) = e^{-\omega_0 t}(At + B) + E$ solution particulière

$u(0) = 0$ $B = -E$

$\frac{du}{dt}(t) = -\omega_0 e^{-\omega_0 t}(At + B) + e^{-\omega_0 t} A$

$\left.\frac{du}{dt}\right|_0 = 0 = -\omega_0 B + A$ $A = -\omega_0 E$

$u(t) = -E \times e^{-\omega_0 t}(\omega_0 t + 1) + E$