Semaine 21

Partie n°1: Applications numériques

Faire les applications numériques suivantes (sans oublier l'unité).

- ◇ $v = \sqrt{\dfrac{3k_BT}{m}}$ où k_B est la constante de Boltzman, $T = 27\ °\text{C}$ et $m = 5,3.10^{-26}$ kg.
- ◇ $H = \dfrac{RT_0}{Mg}$ où R est la constante des gaz parfaits, $T_0 = 0\ °\text{C}$ et $M = 29$ g/mol.

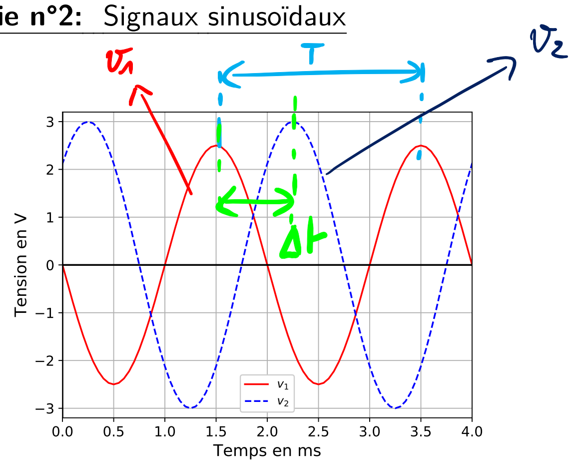
$$v = \left(\frac{3 \times 1,38 \times 10^{-23} \times 300}{5,3.10^{-26}}\right)^{1/2} = \left(\frac{3 \times 3 \times 138 \times 10^{+4}}{53}\right)^{1/2} \simeq \frac{3 \times 12}{7} \times 10^2$$

12^2 7^2

$$\boxed{v = 5.10^2\ \text{m/s}}$$

$$H = \frac{8,3 \times 273}{29.10^{-3} \times 9,8} = \frac{8,3}{10} \times \frac{27}{29} \times 10^4 \qquad H \simeq 8.10^3\ \text{m}$$

Partie n°2: Signaux sinusoïdaux



On considère les 2 tensions sinusoïdales représentées ci-contre.

1. Pour chaque signal relever l'amplitude, la période, la fréquence.

2. La tension v_2 est-elle en avance ou en retard par rapport à la tension v_1 ? Calculer le déphasage $\varphi_{2/1}$.

3. Pour chaque signal calculer la phase à l'origine. Vérifier la cohérence des résultats avec la question précédente.

4. Indiquer la forme analytique de chaque signal.

① $T = 2$ ms $f = 500$ Hz $V_1 = 2,5$ V $V_2 = 3$ V

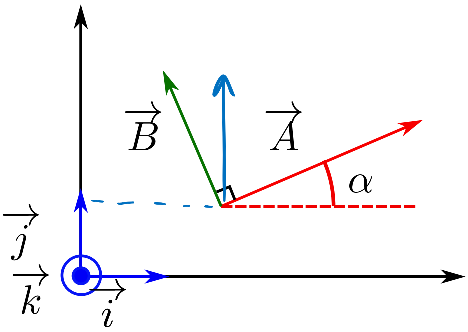
② v_1 est en avance sur v_2 (maximum atteint avant).

$$|\varphi_{2/1}| = 2\pi \frac{\Delta t}{T} = 2\pi \frac{0,75}{2} = \frac{3\pi}{4} \qquad \varphi_{2/1} = -\frac{3\pi}{4}$$

③ $\varphi_1 = +\dfrac{\pi}{2}$ et $\varphi_2 = -\dfrac{\pi}{4}$ $\varphi_{2/1} = \varphi_2 - \varphi_1 = -\dfrac{3\pi}{4}$

④ $\boxed{v_1(t) = V_1 \cos(2\pi f t + \varphi_1)}$ $\boxed{v_2(t) = V_2 \cos(2\pi f t + \varphi_2)}$

Partie n°3: Produit vectoriel



On considère la base directe $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$.
Exprimer les produits vectoriels suivants :

- $\overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{i}$
- $\overrightarrow{B} \wedge \overrightarrow{j}$
- $\overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{j}$
- $\overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{B}$
- $\overrightarrow{B} \wedge \overrightarrow{i}$
- $(\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}) \wedge \overrightarrow{i}$.

$\overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{i} = -A \sin\alpha \, \overrightarrow{k}$ $\quad$ $\overrightarrow{B} \wedge \overrightarrow{j} = -B \sin\alpha \, \overrightarrow{k}$

$\overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{j} = +A \cos\alpha \, \overrightarrow{k}$ $\quad$ $\overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{B} = AB \, \overrightarrow{k}$

$\overrightarrow{B} \wedge \overrightarrow{i} = -B \cos\alpha \, \overrightarrow{k}$ $\quad$ $(\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}) \wedge \overrightarrow{i} = (-A \sin\alpha - B\cos\alpha) \, \overrightarrow{k}$

Partie n°4: Résolution d'équation différentielle

Résoudre l'équation différentielle suivante, et tracer l'évolution temporelle de la solution.

$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = g$ où $Q = 6$ et $\omega_0 > 0$. CI : $x(0) = 0$ et $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(0) = 0$.

$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 < 0$ $\quad$ $\Delta = 4\omega_0^2\left(\frac{1}{4Q^2} - 1\right)$

$r_{12} = -\underbrace{\frac{\omega_0}{2Q}}_{\lambda} \pm j\underbrace{\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}_{\omega_p}$

$x(t) = e^{-\lambda t} \times A\cos(\omega_p t + \varphi) + g/\omega_0^2$

$x(0) = 0$ $\quad$ $x(0) = A\cos(\varphi) + g/\omega_0^2 = 0$

$\frac{dx}{dt} = -\lambda e^{-\lambda t} A \cos(\omega_p t + \varphi) - \omega_p A e^{-\lambda t} \sin(\omega_p t + \varphi)$

$$\left.\frac{dx}{dt}\right|_0 = 0 = -\lambda A \cos(\varphi) - \omega_p A \sin\varphi$$

$$\tan\varphi = \frac{\lambda}{\omega_p} \qquad A\cos\varphi = -\,g/\omega_0^2$$

$Q = 6 \Rightarrow 6$ pseudo-périodes "visibles"