# Semaine 22

**Partie n°1:** Applications numériques

Faire les applications numériques suivantes (sans oublier l'unité).

- $m = \frac{PV}{RT}M$ où $P = 1$ bar, $V = 225$ m$^3$, $R$ la constante des gaz parfaits, $T = 27$ °C et $M = 29$ g/mol.
- $c_p = \frac{R}{M}\frac{\gamma}{\gamma - 1}$ où $R$ est la constante des gaz parfaits, $M = 29$ g/mol et $\gamma = 1,4$ .
- $\eta = \frac{273}{293 - 273}$

$* \; m = \frac{10^5 \times 225}{8,3 \times 300} \times 29.10^{-3} = \frac{225}{8,3} \times \underbrace{\frac{29}{30}}_{\approx 1} \times 10^{-3} \qquad \frac{1}{8,3} = 0,12$

$\boxed{m = 2,7.10^2 \text{ kg}}$

$* \; c_p = \frac{8,3}{29.10^{-3}} \; \frac{1,4}{0,4} = 8,3 \times \frac{1,4}{\underbrace{1,2}_{}} . 10^2 \quad (\approx 1,2) \qquad \boxed{c_p = 1 \text{ kJ/mol/K}}$

$* \; \eta = \frac{273}{20} \qquad \boxed{\eta = 13,6}$

**Partie n°2:** Linéariser les expressions suivantes

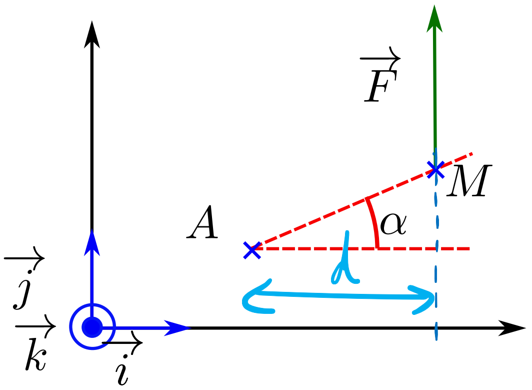
- $A = 2\cos^2(\theta) - 3\sin^2(\theta) - 4$
- $B = \sin(\theta)\cos(\theta) - 5\cos^2(\theta)$

$A = 2\cos^2\theta - 3 + 3\cos^2\theta - 4 = 5\cos^2\theta - 7 = \frac{5}{2}\cos(2\theta) + \frac{5}{2} - 7$

$\boxed{A = \frac{5}{2}\cos(2\theta) - \frac{9}{2}}$

$\boxed{B = \frac{1}{2}\sin(2\theta) - \frac{5}{2}\cos 2\theta - \frac{5}{2}}$

**Partie n°3:** Produit vectoriel




Exprimer le produit vectoriel $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{F}$ en utilisant le bras de levier. Vérifier le résultat en exprimant $\overrightarrow{AM}$ dans la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ puis en calculant le produit vectoriel.

$d = AM \cos\alpha$

$\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{F} = + AM.F \cos\alpha \, \overrightarrow{k}$

$\overrightarrow{AM} = AM\cos\alpha \, \overrightarrow{i} + AM \sin\alpha \, \overrightarrow{j}$

d'où $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{F} = AM.F.\cos\alpha \, \overrightarrow{k}$

**Partie n°4:** Résolution d'équation différentielle

Résoudre l'équation différentielle suivante, et tracer l'évolution temporelle de la solution.
$\ddot{x} - \Omega_0^2 x = 0$ CI : $x(0) = d$ et $\dot{x}(0) = 0$.

$\Delta = 4\Omega_0^2$ $\quad r_{1,2} = \pm \Omega_0$

$x(t) = A e^{-\Omega_0 t} + B e^{+\Omega_0 t}$ $\quad x(0) = d = A + B$

$\dot{x}(t) = -\Omega_0 A e^{-\Omega_0 t} + \Omega_0 B e^{\Omega_0 t}$ $\quad \Omega_0 (B - A) = 0$

$A = B = d/2$

$$\boxed{x(t) = \frac{d}{2}\left(e^{-\Omega_0 t} + e^{+\Omega_0 t}\right)}$$