Semaine 23

Partie n°1: Applications numériques

Faire les applications numériques suivantes (sans oublier l'unité).

- $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide, $I = 1$ A, $r = 2$ cm.
- $Q = \dfrac{15}{0,59}$ (sans unité).
- $\rho = 0,74 \times \left(1 - \dfrac{290}{1450}\right)$.

$B = \dfrac{4\pi . 10^{-7} \times 1}{2\pi \times 2 . 10^{-2}}$ $\quad B = 10^{-5}$ T

$Q = \dfrac{15}{0,6}$ $\quad Q = 25$

$\rho = 0,74 \left(1 - \dfrac{290}{1450}\right) = 0,74 \times 0,8$ $\quad \rho = 0,59$

Partie n°2: Formules de trigo

Factoriser les expressions suivantes :

- $A = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$
- $B = S_0 \sin(\omega t + kx) + S_0 \sin(\omega t - kx)$
- $C = S_0 \cos(\omega t + kx) - S_0 \cos(\omega t - kx)$

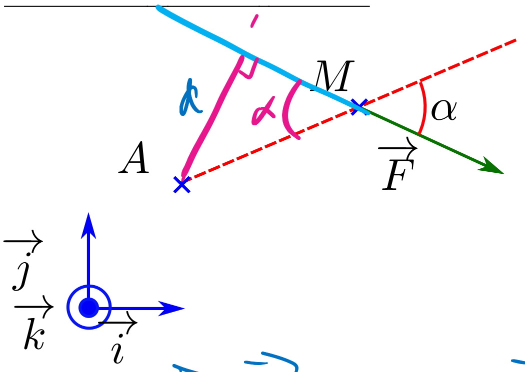
$A = \cos\alpha \cos\beta - \cancel{\sin\alpha \sin\beta} + \cos\alpha \cos\beta + \cancel{\sin\alpha \sin\beta}$

$A = 2 \cos\alpha \cos\beta$

$B = 2 S_0 \sin(\omega t) \cos(kx)$

$C = -2 S_0 \sin(\omega t) \sin(kx)$

Partie n°3: Produit vectoriel



Exprimer le produit vectoriel $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{F}$ en utilisant le bras de levier. Vérifier le résultat en exprimant $\overrightarrow{AM}$ dans la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ puis en calculant le produit vectoriel.

$$\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{F} = - d F \overrightarrow{k}$$

$$\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{F} = - AM . F . \sin\alpha \overrightarrow{k}$$

Partie n°4: Résolution d'équation différentielle

Résoudre l'équation différentielle suivante, et tracer l'évolution temporelle de la solution.

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 X_0$ où $Q = 6$ et $\omega_0 > 0$. CI : $x(0) = X_0$ et $\frac{dx}{dt}(0) = v_0$.

$$x(t) = X_0 + e^{-\lambda t}\left(A\cos(\omega_p t) + B\sin(\omega_p t)\right)$$

$$x(0) = X_0 + A \qquad A = 0$$

$$\dot{x}(t) = -\lambda e^{-\lambda t} \times B\sin(\omega_p t) + \omega_p e^{-\lambda t} B\cos(\omega_p t)$$

$$\dot{x}(0) = \omega_p B = v_0 \qquad B = v_0/\omega_0$$

$$\boxed{x(t) = \frac{v_0}{\omega_0} e^{-\lambda t}\sin(\omega_p t) + X_0}$$