Semaine 6

Partie n°1: Applications numériques

Faire les applications numériques suivantes (sans oublier l'unité).

- $v = \sqrt{\dfrac{2eU}{m_e}}$ où e est la charge élémentaire, $U = 150$ V et m_e la masse d'un électron.
- $W = 0,67 \times 3,6.10^3$ où W est une énergie en J.

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1,6.10^{-19} \times 150}{9.10^{-31}}} = \sqrt{\frac{2 \times 16 \times 15 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{-31}}} = \frac{15}{3}\sqrt{2 \times 10^{12}}$$

$$v \simeq 1,4 \times 5 \times 10^{6} \qquad \boxed{v = 7.10^{6}\ m/s}$$

$$W = 0,67 \times 3,6 \times 10^{3} \simeq \frac{2}{3} \times 3,6.10^{3} \simeq 2 \times 1,2.10^{3}$$

$$\boxed{W = 2,4.10^{3}\ J}$$

Partie n°2: Fonctions trigonométriques

Simplifier les expressions suivantes :

- $A = \cos(3\theta)\cos(\theta) - \sin(3\theta)\sin(\theta)$
- $B = \dfrac{\sin(3\theta)}{\sin(2\theta)} - \dfrac{\cos(3\theta)}{\cos(2\theta)}$ pour $\theta \in]0, \pi/4[$.

$$A = \cos(3\theta + \theta) = \cos(4\theta) \qquad \boxed{A = \cos(4\theta)}$$

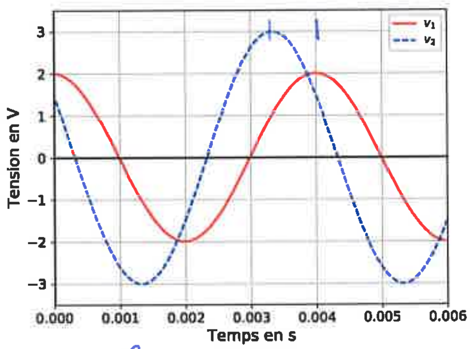
$$B = \frac{\sin 2\theta \cos\theta + \cos 2\theta \sin\theta}{\sin 2\theta} - \frac{\cos 2\theta \cos\theta - \sin 2\theta \sin\theta}{\cos 2\theta}$$

$$B = \cancel{\cos\theta} + \frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta}\sin\theta - \cancel{\cos\theta} + \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}\sin\theta$$

$$B = \left(\frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta} + \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}\right)\sin\theta = \frac{\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta}{\sin 2\theta \cos 2\theta}\sin\theta$$

$$B = \frac{\sin\theta}{2\sin\theta\cos\theta\cos 2\theta} = \frac{1}{2\cos\theta\cos 2\theta}$$

Partie n°3: Signaux sinusoïdaux



On considère les 2 tensions sinusoïdales représentées ci-contre.

1. Pour chaque signal relever l'amplitude, la période, la fréquence.

2. La tension v_2 est-elle en avance ou en retard par rapport à la tension v_1 ? Calculer le déphasage $\varphi_{2/1}$.

3. Pour chaque signal calculer la phase à l'origine. Vérifier la cohérence des résultats avec la question précédente.

4. Indiquer la forme analytique de chaque signal.

① signal v_1 : $V_1 = 2\,V$ $T = 4\,ms$ $f = 250\,Hz$

signal v_2 $V_2 = 3\,V$

② v_2 est en avance sur v_1 $\Delta t = 0{,}75\,ms$

$|\varphi_{2/1}| = 2\pi \frac{\Delta t}{T} = 2\pi \frac{0{,}75}{4} = \frac{\pi}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3\pi}{8}$ $|\varphi_{2/1}| = 1{,}2\,rad$

$\varphi_{2/1} = \frac{3\pi}{8}$ $\varphi_{2/1} = \varphi_2 - \varphi_1$

③ $\varphi_1 = 0$ $\varphi_2 = \frac{3\pi}{8}$

$v_1(t) = V_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$ $v_2(t) = V_2 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{3\pi}{8}\right)$

Partie n°4: Résolution d'équation différentielle

Résoudre l'équation différentielle suivante, et tracer l'évolution temporelle de la solution.
$\ddot{x} + \omega_0^2\, x = 0$ CI : $x(0) = x_0$ et $\dot{x}(0) = v_0$.

$x_H(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$ $x_p = 0$

$\dot{x}(t) = -\omega_0 A\sin(\omega_0 t) + \omega_0 B\cos(\omega_0 t)$

$\left.\begin{array}{l}\dot{x}(0) = v_0\\ \dot{x}(0) = \omega_0 B\end{array}\right\} B = \dfrac{v_0}{\omega_0}$ $\left.\begin{array}{l}x(0) = x_0\\ x(0) = A\end{array}\right\} A = x_0$

$$\boxed{x(t) = x_0\cos(\omega_0 t) + \frac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$$

Amplitude $A_0 = \sqrt{x_0^2 + \dfrac{v_0^2}{\omega_0^2}}$ et $\tan\varphi = \dfrac{v_0}{\omega_0 x_0}$