Semaine 9

Partie n°1: Applications numériques

Faire les applications numériques suivantes (sans oublier l'unité).

- $C = \varepsilon_0 \dfrac{A}{d}$ où ε_0 est la permittivité du vide, $A = 10\ \text{cm}^2$ et $d = 0,2\ \mu\text{m}$.
- $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ où $L = 50\ \text{mH}$ et $C = 220\ \text{pF}$.
- $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ où $L = 10\ \text{mH}$ et $C = 47\ \text{nF}$.

$$C = 9.10^{-12} \times \frac{10 \times 10^{-4}}{0{,}2 . 10^{-6}} = 9 \times 5 \times 10^{-16} \times 10^{+7} = 45 . 10^{-9}\ \text{F} \qquad \underline{C = 45\ \text{nF}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{50.10^{-3} \times 220.10^{-12}}} = \frac{1}{\sqrt{11000 . 10^{-15}}} = \frac{1}{\sqrt{1100 \times 10^{-14}}} = \frac{10^7}{33} = 3.10^5\ \text{rad/s}$$

$$\underline{\omega_0 = 3.10^5\ \text{rad/s}} \qquad \underline{f_0 \simeq 7\ \text{kHz}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{10.10^{-3} \times 47.10^{-9}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10 \times \overset{\simeq 49}{47} \times 10^{-12}}} \simeq \frac{10^6}{2 \times \underbrace{3{,}14 \times 3{,}1}_{10} \times 7} = \frac{10^5}{14} \simeq 7.10^3\ \text{Hz}$$

Partie n°2: Intégration de fonctions trigo

- $I_1 = \displaystyle\int_0^{\pi} \cos^2(\theta)\, \mathrm{d}\theta$
- $I_2 = \displaystyle\int_0^{2\pi} (\sin(\theta) + 1)\, \mathrm{d}\theta$

$$I_1 = \int_0^{\pi} \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)\, d\theta = \left[\frac{1}{2}\left(\theta + \frac{1}{2}\sin 2\theta\right)\right]_0^{\pi} =$$

$$I_1 = \frac{1}{2}(\pi + 0) - 0 = \frac{\pi}{2} \qquad \boxed{I_1 = \frac{\pi}{2}}$$

$$I_2 = \underbrace{\int_0^{2\pi} \sin\theta\, d\theta}_{0} + \int_0^{2\pi} d\theta = [\theta]_0^{2\pi} \qquad \boxed{I_2 = 2\pi}$$

Partie n°3: Résolution d'équation différentielle

Résoudre l'équation différentielle suivante, et tracer l'évolution temporelle de la solution.

$\tau \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u = E$ où $\tau > 0$. CI : $u(0) = 0$.

$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

$u_H = A e^{-t/\tau}$

$u_p = E$

$u(t) = A e^{-t/\tau} + E$

$u(0) = A + E = 0$ $\quad A = -E$

$$\boxed{u(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$