Ex 5 Moteur de Stirling

Un moteur fonctionne entre une source chaude de température $T_c = 450\,\mathrm{K}$ et une source froide de température $T_f = 300\,\mathrm{K}$. L'agent thermique constitué de n moles de gaz parfait de coefficient $\gamma = 1{,}4$ décrit de manière quasistatique le cycle suivant :

- ◇ AB : Compression à la température T_F de la source froide,
- ◇ CD : Détente à la température T_C de la source chaude,
- ◇ BC et DA : Isochores respectivement à V_1 et V_2.

On donne $\alpha = V_2/V_1 = 2{,}00$, taux de compression.

1. Représenter le cycle moteur dans le diagramme de Clapeyron.

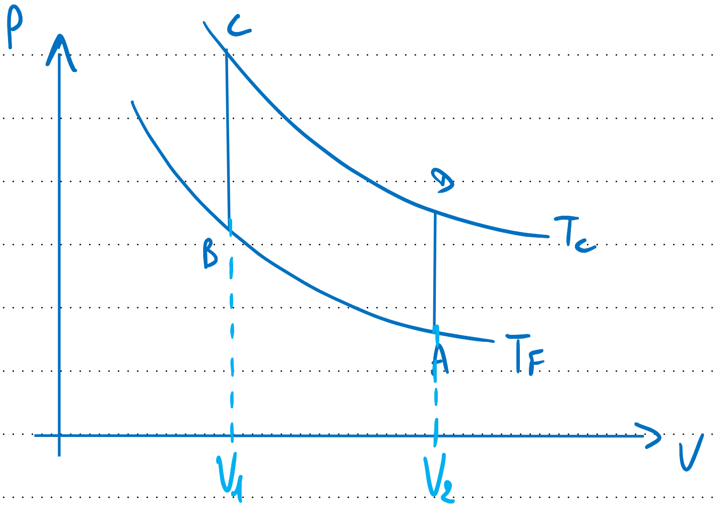
2. Identifier les étapes non réversibles.

3. Calculer les différents transferts thermiques reçus par le gaz au cours du cycle.

4. Définir puis exprimer le rendement η du moteur. le calculer.

5. Afin d'Améliorer le rendement du moteur, on utilise un dispositif qui permet d'éviter les échanges thermiques avec l'extérieur en dehors des deux phases isothermes. Calculer le nouveau rendement Commentaires.

①



② Les étapes non réversibles sont les isochores.

③ A → B : isotherme réversible + GP $\Delta U_{AB} = 0$

$$W_{AB} = -nRT_F \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \qquad \boxed{Q_{AB} = -nRT_F \ln(\alpha)} < 0$$

B → C : isochore $\Delta U_{BC} = Q_{BC}$

1ère LT + GP $\Delta U_{BC} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_c - T_F)$

$$\boxed{Q_{BC} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_c - T_F)} > 0$$

de la même manière : $Q_{CD} = nRT_C \ln(\alpha) \quad > 0$

$$Q_{DA} = \frac{nR}{\gamma - 1}\left(T_F - T_C\right) < 0$$

4) Rendement : $\eta = \dfrac{-W}{\underbrace{Q_{BC} + Q_{CD}}_{\text{Transferts thermiques reçus de la part de la source chaude } B \to C \text{ et } C \to D.}}$

1er ppe au fluide sur le cycle :

$$\Delta U_{cycle} = 0 = W + Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$$

$$-W = + Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$$

d'où $\eta = 1 + \dfrac{Q_{AB} + Q_{DA}}{Q_{BC} + Q_{CD}}$

$$\eta = 1 + \frac{-\cancel{nR}T_F \ln(\alpha) + \frac{\cancel{nR}}{\gamma-1}(T_F - T_C)}{\cancel{nR}T_C \ln(\alpha) + \frac{\cancel{nR}}{\gamma-1}(T_C - T_F)}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{(\gamma-1)T_F \ln(\alpha) + (T_F - T_C)}{(\gamma-1)T_C \ln(\alpha) + (T_C - T_F)}}$$

⑤ Le rendement devient alors

$$\eta = 1 + \frac{Q_{AB}}{Q_{CD}}$$

On retrouve à partir de l'expression précédente :

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

il s'agit du rendement de Carnot.