

Ex I Compression isotherme

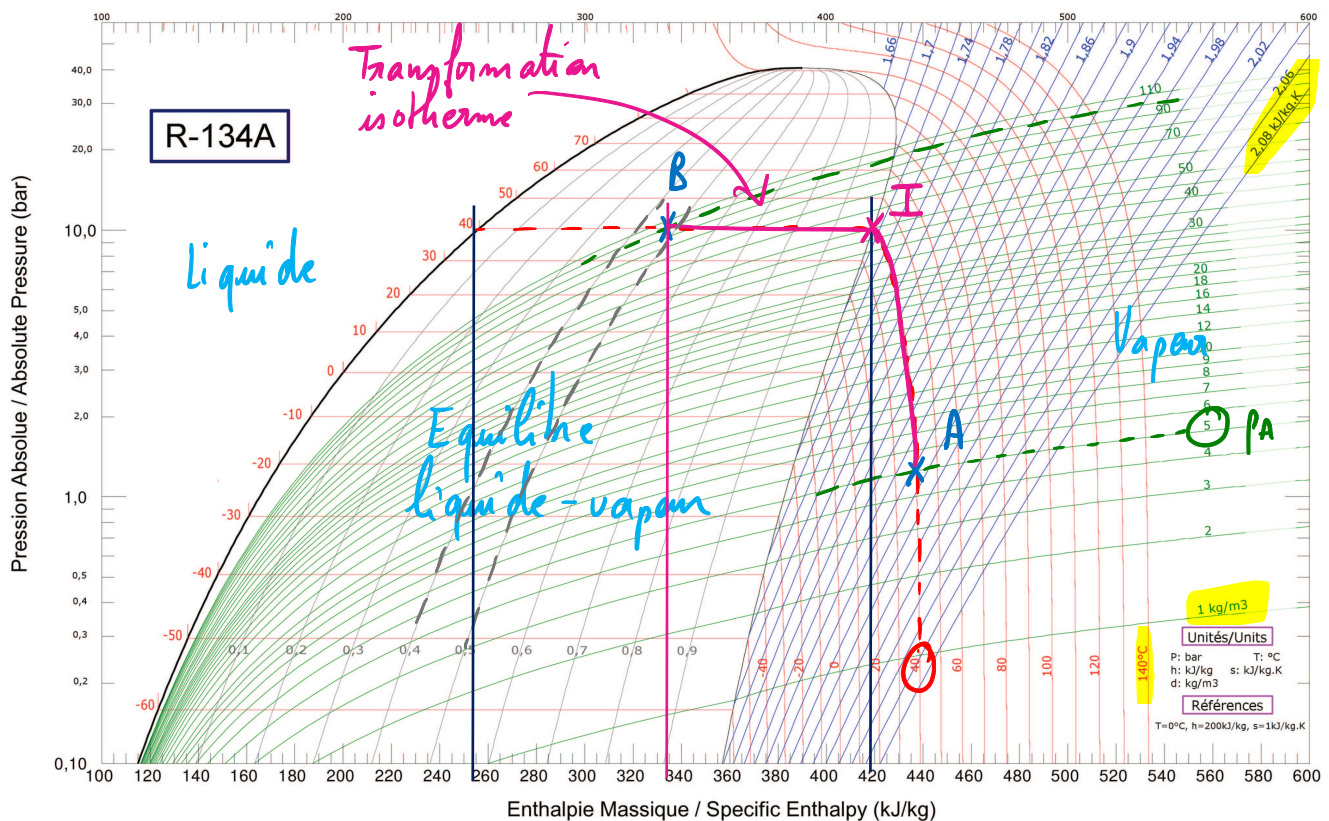
On étudie les transformations thermodynamiques d'un réfrigérant le $R134a$ (ou encore 1,1,1,2-tétrafluoroéthane) dont on donne une partie du diagramme (P, h) (P est la pression, h est l'enthalpie massique).

Dans l'état A , le volume massique est $v_A = 0,2 \text{ m}^3/\text{kg}$, et la température $\theta_A = 40^\circ\text{C}$. La masse totale de fluide est $m = 15 \text{ g}$, et la masse molaire du $R134a$ est $M = 102 \text{ g/mol}$.

On effectue une compression isotherme mécaniquement réversible AB telle que le volume massique final en B soit $v_B = 0,01 \text{ m}^3/\text{kg}$.

1. Préciser l'état physique et la composition du fluide dans l'état A et dans l'état B .
2. Calculer le travail mécanique reçu au cours de la transformation AB . On pourra faire une hypothèse simplificatrice.
3. Calculer le transfert thermique reçu par le réfrigérant.

Diagramme Enthalpique R-134a



* Analyse du diagramme = Pression (Echelle log) en fonction de l'enthalpie massique.

En rouge = isothermes : pour les équilibres diphasés les isothermes sont aussi isobares $\Rightarrow$ horizontales.

En vert = masse volumique = (les unités sont précisées) en kg/m^3

⚠ c'est l'inverse du volume massique.

En bleu = entropie massique $\Rightarrow$ courbes isentropiques -
↳ grâce à l'unité en haut à droite

En gris = les isotitres (pour l'équilibre diphasé).

① Composition du système en A et en B =

- en A, on donne le volume massique $v_A = 0,2 \text{ m}^3/\text{kg}$.
On en déduit la masse volumique $\rho_A = 5 \text{ kg}/\text{m}^3$.

De plus $\theta_A = 40^\circ\text{C}$.

L'intersection entre la courbe isotherme et la courbe $p = \text{cte}$ donne le point A.

$\Rightarrow$ Le fluide est à l'état de vapeur sèche.

- en B = on reste sur la même isotherme mais on cherche l'intersection avec $\rho_B = 100 \text{ kg}/\text{m}^3$.

$\Rightarrow$ en B, on a un équilibre liquide-vapeur - Etat diphasé.

Titre en vapeur en B = x_B

2 méthodes =

* ordre de grandeur grâce aux isotitres : on peut lire
 $0,45 < x_B < 0,50$ $x_B \approx 0,47$

* on applique le théorème des moments = pour $\theta = 40^\circ\text{C}$.

$$x_B = \frac{h_B - h_l}{h_v - h_l}$$

$$\text{avec } h_B = 335 \text{ kJ/kg}$$

$$h_v = 420 \text{ kJ/kg} \quad h_l = 255 \text{ kJ/kg}$$

$$\alpha_B = \frac{335 - 255}{420 - 255} = \frac{80}{165}$$

$$\alpha_B = 0,48$$

② Travail mécanique W_{AB}

Le travail W_{AB} correspond au travail des forces de pression lors de la transformation isotherme $A \rightarrow B$.

Cette transformation se décompose en 2 étapes $A \rightarrow I$ $I \rightarrow B$.

$A \rightarrow I$: Compression isotherme de la vapeur assimilée à un GP.

$I \rightarrow B$: Compression du système diphasé à $T = \text{cte}$
et donc à $p_{\text{sat}}(T) = \text{cte}$
↳ transformation monobare.

$$\underline{W_{AB} = W_{AI} + W_{IB}}$$

• $A \rightarrow I$: Cas classique $\delta W = -P_{\text{ext}} dV = -m P d\sigma$ ^{rev}
 $P = P_{\text{ext}}$

$$GP = P \times m \sigma = m R T \quad P = \frac{m R T}{\frac{1}{\eta} m \sigma}$$

$$\delta W = - \frac{m}{\eta} R T \frac{d\sigma}{\sigma}$$

avec en $I = \sigma_v$.

d'où

$$W_{AI} = - \frac{m}{\eta} R T \ln \left(\frac{\sigma_v}{\sigma_A} \right)$$

$$AN = W_{AI} = 880 \text{ J}$$

• $I \rightarrow B$: on part de la définition $\delta W = -P_{\text{ext}} dV$

$$\delta W^{\text{rev}} = -P \times m d\sigma$$

volume massique

On notera P_{sat} .

de plus le système est diphasé $P = P_{sat} (\theta = 40^\circ)$

$$\delta W = -m \underbrace{P_{sat}}_{\substack{\text{cte} \\ \text{monobare}}} d\sigma$$

$$W_{IB} = \int_{\sigma_v}^{\sigma_b} -m P_{sat} d\sigma = -m P_{sat} \int_{\sigma_v}^{\sigma_b} d\sigma$$

$$W_{IB} = -m P_{sat} (\sigma_b - \sigma_v)$$

$$AN = W_{IB} = 150 \text{ J}$$

$$\text{Bilan : } W_{AB} = -\frac{m}{n} RT \ln \left(\frac{\sigma_I}{\sigma_A} \right) - m P_{sat} (\sigma_b - \sigma_v)$$

$$AN = \underline{W_{AB} = 1,0 \text{ kJ}}$$

Pour les AN, on lit sur le diagramme = $\rho_I = 50 \text{ kg/m}^3$

$P_{sat} = 10 \text{ bar}$

$$\sigma_I = 0,02 \text{ m}^3/\text{kg}$$

③ Transfert thermique

On considère toujours les 2 étapes de la transformation =

$$Q_{AB} = \underbrace{Q_{AI}}_{\substack{\text{transfert thermique reçu lors} \\ \text{du changement d'état isobare}}} + \underbrace{Q_{IB}}_{\substack{\text{transfert thermique reçu lors de la compression} \\ \text{isotherme du GP (vapeur sèche)}}}$$

transfert thermique reçu lors de la compression isotherme du GP (vapeur sèche).

A → I = On applique le 1^{er} ppe à la masse m de gaz supposé parfait =

$$\Delta U_{AI} = W_{AI} + Q_{AI}$$

GP + 1^{er} LT + Isotherme $\Rightarrow \Delta U_{AI} = 0$

Bilan $Q_{AI} = -W_{AI} = \frac{m}{\eta} RT \ln \left(\frac{\sigma_v}{\sigma_A} \right)$

I $\rightarrow$ B : La transformation est isobare et mécaniquement réversible.

On applique le 1^{er} ppe en enthalpie :

$\Delta H_{IB} = Q_{IB}$

$\hookrightarrow$ on lit la variation d'enthalpie sur le diag.

$\Delta H_{IB} = m (h_B - h_I)$

$Q_{IB} = m (h_B - h_I)$

$Q_{IB} = 15 \cdot 10^3 (335 - 420) \times 10^3$

$Q_{IB} = -1,2 \text{ kJ}$

$Q_{AB} = \frac{m}{\eta} RT \ln \left(\frac{\sigma_v}{\sigma_A} \right) + m (h_B - h_I)$

$Q_{AB} = -2,2 \text{ kJ}$

On a $Q_{AB} < 0$: le milieu ext. a réellement reçu un transfert thermique.

On remarque que grâce au changement d'état $|Q_{AB}| > |W_{AB}|$.

Remarque : On aurait pu procéder différemment pour exprimer Q_{AB} -

1^{er} ppe : $\Delta U_{AB} = Q_{AB} + W_{AB}$

(Note: In the original image, ΔU_{AB} and Q_{AB} are marked with pink question marks, and W_{AB} is marked with a red bracket labeled "connu".)

de plus, par définition $H = U + PV$

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV)$$

(Note: In the original image, ΔH and $\Delta(PV)$ are circled in blue. Below ΔH is the label $m \Delta h$, and below $\Delta(PV)$ is the label $m \Delta(P\sigma)$.)

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} - W_{AB} = m \Delta h_{AB} + m \Delta(P\sigma) - W_{AB}$$

$$Q_{AB} = m(h_B - h_A) + m(P_{\text{ext}} \cdot \sigma_B - P_A \sigma_A) - W_{AB}$$

Cette méthode ne nécessite pas l'hyp. de GP pour exprimer ΔU (mais l'hyp. reste indispensable pour le calcul de W_{AB}).