Ex II Décomposition d'une détente dans le vide

On considère un récipient ayant des parois rigides et indéformables, composé de deux compartiments de volumes identiques V séparés par une cloison. On introduit n moles de gaz parfait à la température T dans l'un des compartiments, l'autre compartiment restant vide.
On enlève la cloison de séparation.

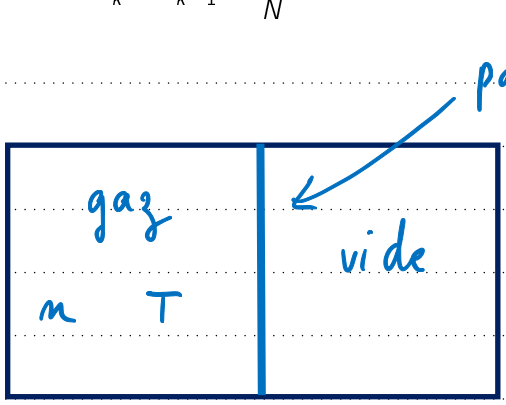
1. Comment s'appelle la détente que subit le gaz ? Quelle grandeur thermodynamique reste conservée quelle que soit la nature du gaz ? Dans le cas où le gaz est parfait, quelle variable d'état ne change pas lors de cette détente ?

2. En choisissant un couple de variables approprié, déterminer la variation d'entropie du gaz lors de cette détente. Peut-on en tirer une conclusion quand au caractère réversible ou non de la transformation ?
Le compartiment de droite est maintenant divisé en N compartiments par autant de cloisons calorifugées amovibles. On remplace donc la détente initiale par une succession de N détentes élémentaires si N est grand.

3. Calculer la variation d'entropie ΔS_k du gaz lorsque la kième cloison est retirée en fonction de n, R, V et N. En déduire l'expression de l'entropie créée S_{ck} lors de cette transformation.

4. Exprimer alors la variation d'entropie lors de la transformation totale lorsque toutes les cloisons sont retirées.

5. Peut-on rendre la transformation réversible en passant à la limite $N \to \infty$? On pourra exprimer S_{ck} en fonction de l'accroissement $v = V_k - V_{k-1} = \dfrac{V}{N}$ du volume lors de chaque détente élémentaire. Conclure.



① Il s'agit d'une détente de Joule Gay-Lussac.

L'énergie interne est conservée, $\Delta U = Q$
et dans le cas d'un gaz parfait T = este.

② Variation d'entropie ΔS Variables (T, V)

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_2 V_2^{\gamma-1}}{T_1 V_1^{\gamma-1}}\right)$$

avec $\begin{cases} T_2 = T_1 \\ V_2 = 2 V_1 \end{cases}$

$$\boxed{\Delta S = nR \ln 2}$$

Pour pouvoir conclure sur la réversibilité ou non, il faut exprimer l'entropie créée et donc appliquer le 2e pe au système {gaz} calorifugé. (Pas de transfert thermique du vide).

$\Delta S = \cancel{S_e}^{=0} + S_c$ d'où $\boxed{S_c = nR\ln(2)}$

transformation irréversible.

③ Expression de ΔS_k $\quad k \geq 1$

EI → ΔS_k → EF

EI	EF
GP	GP
n T	n T
V_{k-1}	V_k

$$\boxed{V_k = V_0 + k\frac{V_0}{N}}$$

$$V_{k-1} = V_0 + (k-1)\frac{V_0}{N}$$

$$\Delta S_k = nR\ln\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right)$$

2e principe ⇒ $\boxed{S_{ck} = nR\ln\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right)}$

④ Variation totale d'entropie

$$\Delta S = \sum_{k=1}^{N} \Delta S_k = \sum_{k=1}^{N} nR\ln\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right)$$

$\boxed{\Delta S = nR\ln(2)}$

Résultat prévisible car l'entropie est une fonction d'état + même EI et EF.

(5) $N \gg 1$ On pose $v = V_k - V_{k-1} = \frac{V_0}{N}$

d'où $V_k = V_{k-1} + v$

$$S_{ck} = nR \ln\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right) = nR \ln\left(\frac{V_{k-1} + v}{V_{k-1}}\right)$$

$$S_{ck} = nR \ln\left(1 + \frac{v}{V_{k-1}}\right) = nR \ln\left(1 + \frac{1}{N}\frac{V_0}{V_{k-1}}\right)$$

$\ll 1$

DL à l'ordre 1 :

$$S_{ck} = nR \times \frac{1}{N}\frac{V_0}{V_{k-1}}$$

de plus $V_{k-1} < 2V_0$ (Volume final)

$$\frac{1}{V_{k-1}} > \frac{1}{2V_0}$$

on a alors un minorant pour l'entropie créée :

$$S_{ck} \geq nR \frac{1}{N}\frac{V_0}{2V_0}$$

$$\boxed{S_{ck} \geqslant \frac{nR}{2N}}$$

On exprime alors l'entropie créée totale :

$$S_c = \sum_{k=1}^{N} S_{ck} \geqslant \sum_{k=1}^{N} \frac{nR}{2N}$$

$$\boxed{S_c \geqslant \frac{nR}{2}}$$

cohérent avec la question 2 : $S_c = nR \ln 2$

Conclusion : La transformation sera toujours irréversible.

⇒ il y aura toujours une discontinuité de pression à l'origine de l'irréversibilité.