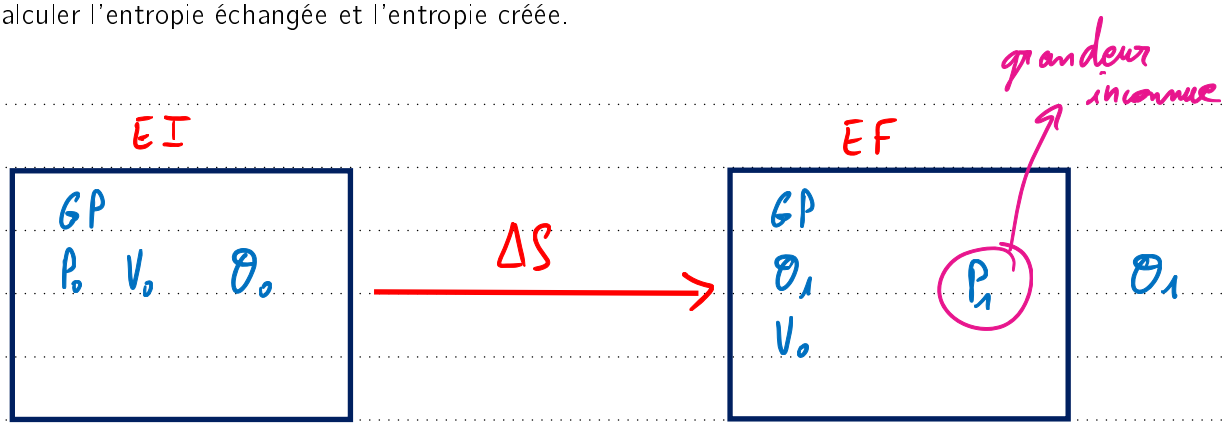
Ex 1 Bilan entropique

Un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$ est initialement dans les conditions $P_0 = 1$ bar, $V_0 = 1$ L, et $\theta_0 = 20\,°C$. On réalise une transformation qui amène ce gaz à la température $\theta_1 = 50\,°C$ et au volume $V_1 = V_0 = 1$ L.

1. Exprimer l'entropie puis calculer la variation d'entropie ΔS de ce gaz au cours de la transformation.

2. Sachant que la transformation est isochore et qu'elle a lieu par mise en contact avec un thermostat à la température $\theta_1 = 50\,°C$, calculer l'entropie échangée et l'entropie créée.



① Entropie On travaille en variable (T, V) = paramètres connus

$$S(T,V) = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T V^{\gamma-1}}{T_0 V_0^{\gamma-1}}\right) + S(T_0, V_0)$$

loi de Laplace en variable (T, V)

Rq : on passe facilement de l'entropie en variable PV à un autre jeu de variables grâce à l'éq. d'état des GP.

$$\left.\begin{array}{l} PV^\gamma = \text{cste} \\ PV = nRT \end{array}\right\} \quad V^\gamma \times \frac{nRT}{V} = \text{cste} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cte}.$$

* Variation d'entropie : l'entropie est une fonction d'état. sa variation ne dépend que de l'EI et de l'EF.

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) \quad \text{car } V_1 = V_0$$

avec T_1 et T_0 températures associées et θ_0 et θ_1.

On doit éliminer n : EI : $P_0 V_0 = n R T_0$ $\quad nR = \frac{P_0 V_0}{T_0}$

$$\Delta S = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{P_0 V_0}{T_0} \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) \qquad \Delta S = 8{,}3 \cdot 10^{-2} \text{ J/K}$$

↳ températures en K pour l'AN.

(2) Entropie échangée et entropie créée

2e ppe de la thermo au système GP fermé : $\Delta S = S_e + S_c$

et $S_e = \int \frac{\delta Q}{T_s}$ ($T_1 = $ cste, $= T_1$) ici le GP est en contact avec un thermostat à T_1

$$S_e = \frac{Q}{T_1}$$ → à exprimer. 1er ppe de la thermo au GP fermé

$\Delta U = W + Q$ ($W = 0$ en isochore)

$\Delta U = Q$ GP + 1ère LJ $\quad \Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_0)$

d'où $Q = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{P_0 V_0}{T_0}(T_1 - T_0)$

$$S_e = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{P_0 V_0}{T_0} \frac{T_1 - T_0}{T_1} \qquad S_e = 7{,}9 \cdot 10^{-2} \text{ J/K}$$

- Entropie créée : 2e ppe : $S_c = \Delta S - S_e$

$$S_c = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{P_0 V_0}{T_0} \left(\ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) - \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) \right) \qquad S_c = 3 \cdot 10^{-3} \text{ J/K}$$

On a bien $S_c > 0$

On retrouve en posant $x = \frac{T_0}{T_1}$ $f(x) = x - 1 + \ln(x)$.

Irréversibilité due à la non homogénéité de T.