Ex 3 Possibilité d'un cycle

On raisonne sur une quantité de matière $n = 1$ mol de gaz parfait qui subit la succession de transformations(idéalisées) suivantes :

— $A \rightarrow B$: détente isotherme de $P_A = 2$ bar et $T_A = 300$ K jusqu'à $P_B = 1$ bar en restant en contact avec un thermostat de température $T_0 = T_A$.

— $B \rightarrow C$: évolution isobare jusqu'à $V_C = 20,5$ L toujours en restant en contact avec le thermostat à T_0.

— $C \rightarrow A$: compression adiabatique réversible jusqu'à revenir à l'état A.

Le coefficient isentropique γ est pris égal à $\dfrac{7}{5}$.

1. Représenter ce cycle dans le diagramme de Watt

2. A partir du diagramme, déterminer le signe du travail total des forces de pression au cours du cycle.

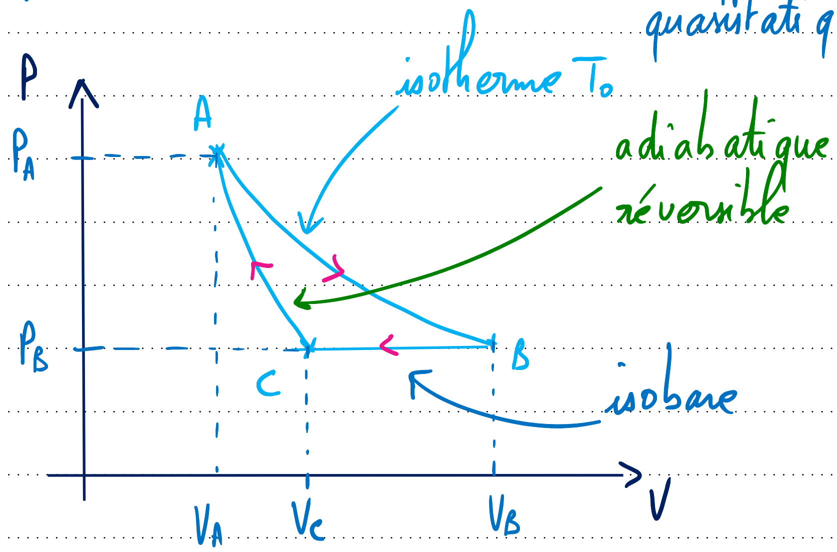
3. En déduire s'il s'agit d'un cycle moteur ou d'un cycle récepteur.

4. Déterminer l'entropie crée entre A et B. Commenter.

5. Calculer la température en C, le travail W_{BC} et le transfert thermique Q_{BC} reçus par le gaz au cours de la transformation BC. En déduire l'entropie échangée avec le thermostat ainsi que l'entropie crée. Conclure : le cycle proposé est-il réalisable ? Le cycle inverse l'est-il ?

① Diagramme de Watt

On suppose toutes les transformations quasistatiques.



② et ③ $W < 0$ car lors de la détente $A \to B$, on récupère plus de travail qu'il n'en faut pour les compressions

Cycle moteur (cohérent avec le sens horaire) car $W < 0$

④ Entropie créée de $A \to B$:

2e ppe au syst. fermé $\Delta S_{AB} = S_{eAB} + S_{cAB}$?

On doit d'abord exprimer ΔS_{AB} puis Se_{AB}.

* ΔS_{AB} = Entropie fonction d'état Variables (T, P)
car P_A et P_B connues
T_A = cste.

$$\Delta S_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{P_B^{1-\gamma}\ \cancel{T_B^{\gamma}}}{P_A^{1-\gamma}\ \cancel{T_A^{\gamma}}}\right)$$

car $T_B = T_A$

Rq : on retrouve cette loi avec PV^{γ} = cste et $V = \frac{nRT}{P}$

$$\Delta S_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{1-\gamma}$$

$$\boxed{\Delta S_{AB} = nR \ln\left(\frac{P_A}{P_B}\right)}$$

$\Delta S_{AB} > 0$ car $P_B < P_A$ et T = cste.
augmentation du désordre

* Entropie échangée = $Se_{AB} = \int \frac{\delta Q}{T_S}$ ici $T_S = T_A = T_0$
gaz en contact avec le thermostat.

$$Se_{AB} = \frac{Q_{AB}}{T_0} \ ?$$

1ère LJ + GP $\Delta U_{AB} = 0$ car isotherme
1er ppe + syst. fermé : $\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB}$

$Q_{AB} = -W_{AB}$

$$W_{AB} = -\int P_{ext} \cdot dV$$

$$W_{AB} \overset{QSR}{=} -\int P dV$$

$$W_{AB} \overset{GP}{=} -\int \frac{nRT_0}{V} dV$$

La transformation est quasistatique et isotherme. On la suppose de plus mécaniquement réversible (constante de temps pour garantir l'équilibre thermique supposée grande devant celle associée à l'équilibre méca)

$$W_{AB} = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = +nRT_0 \left(\frac{P_B}{P_A}\right) \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} P_A V_A &= nRT_0 \\ P_B V_B &= nRT_0 \end{aligned}$$

$$Q_{AB} = -nRT_0 \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right)$$

$$\boxed{S_{eAB} = -nR \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right)}$$

* Bilan : $S_{cAB} = \Delta S_{AB} - S_{eAB}$

$$\boxed{S_{cAB} = 0}$$

La transformation quasistatique isotherme supposée mécaniquement réversible est <u>réversible</u>.

⑤ <u>Température T_C</u> : en C $P_B V_C = nRT_C$

$$\boxed{T_C = \frac{P_B V_C}{nR}}$$

$T_C = 2{,}5 \cdot 10^2\ K$

$$W_{BC} = \int -P_{ext}\, dV = -P_B \int dV$$

$$\boxed{W_{BC} = -P_B (V_C - V_B)}$$

<u>$W_{BC} = 4{,}4 \cdot 10^2\ J$</u> > 0

1er ppe en enthalpie : $\Delta H_{BC} = Q_{BC}$ (isobare)

2e LJ $\Delta H_{BC} = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}(T_C - T_A)$

$$\boxed{Q_{BC} = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}(T_C - T_A)}$$

$Q_{BC} = -1{,}6\ kJ$

* Entropie échangée : $B \to C$ = transformation au contact d'un thermostat T_0

$$S_{e_{BC}} = \frac{Q_{BC}}{T_0}$$

Rq : C n'est pas un état d'équilibre thermique avec le milieu ext.

$$\boxed{S_{e_{BC}} = \frac{nR\gamma}{(\gamma-1)\,T_0}\left(T_C - T_A\right)}$$

$S_{e_{BC}} = -5,2\ J/K$.

* Pour calculer $S_{c_{BC}}$, on doit d'abord exprimer ΔS_{BC} =

Entropie en variables (P,T) :

$$\Delta S_{BC} = \frac{nR}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_C^{\gamma}\,\cancel{P_C^{1-\gamma}}}{T_A^{\gamma}\,\cancel{P_C^{1-\gamma}}}\right)$$

$$\boxed{\Delta S_{BC} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_C}{T_A}\right)}$$

et $\underline{T_A = T_0}$

$\underline{\Delta S_{BC} = -5,7\ J/K}$

2e principe : $S_{c_{BC}} = \Delta S_{BC} - S_{e_{BC}}$

$$\boxed{S_{c_{BC}} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\left(\ln\left(\frac{T_C}{T_0}\right) - \frac{T_C - T_0}{T_0}\right)}$$

<0 !

$\underline{S_{c_{BC}} = -0,5\ J/K}$

L'entropie créée est négative : le cycle n'est pas réalisable (il s'agissait d'un moteur au contact d'une seule source de chaleur !) _ Le cycle précédent est possible.